

MAI 1 - domácí úkol (ze cvičení) 11:

Na maximálních možných intervalech najděte primitivní funkci (z každé skupiny integrálů v příkladech 1., 2., 3. vypočítejte, prosím, aspoň jeden).

1. „Druhá“ substituce („opačná“):

$$\int \frac{1}{x - 3\sqrt{x} + 9} dx \quad (\sqrt{x} = t, \text{ tj. } \varphi(t) = t^2 \text{ dle přednášky 10.}) ;$$

(a nebo hezčí příklad)

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx \quad (x = \sinh t (= \frac{e^t - e^{-t}}{2})).$$

2. Substituce + per partes:

$$\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx ; \int \arcsin^2 x dx .$$

3. Per partes + substituce:

$$\int \arcsin^2 x dx ; \int \frac{x^2 \operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx ; \int \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx .$$

A zopakujte si, prosím, „návod“ pro integraci racionální funkce a pak se pokuste o integraci racionální funkce pomocí rozkladu na parciální zlomky a jejich integrací, nebo aspoň zkuste zjistit, co Vám není jasné a poslat mi dotazy, prosím.

A zde příklady k promyšlení (a zkuste také z každé skupiny integrálů v příkladech 1., 2. vypočítat aspoň jeden):

1. Integrace parciálních zlomků:

$$\text{a) } \int \frac{1}{x^2 - 4x + 5} dx ; \int \frac{3}{x^2 - 4x + 8} dx ; \int \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 8} dx ; \int \frac{x - 2}{x^2 + 4x + 5} dx .$$

$$\text{b) } \int \frac{1}{(x^2 + 1)^2} dx \quad (\text{integrací per partes integrálu } \int \frac{1}{x^2 + 1} dx) \text{ a pak } \int \frac{x - 2}{(x^2 + 2x + 4)^2} dx ;$$

$$\text{nebo obecně } \int \frac{1}{(x^2 + 1)^{n+1}} dx \quad (\text{integrací per partes integrálu } \int \frac{1}{(x^2 + 1)^n} dx) .$$

2. Integrace racionální funkce pomocí rozkladu na parciální zlomky:

$$\text{a) } \int \frac{2x - 11}{x^2 + 3x - 10} dx \quad \text{nebo} \quad \int \frac{3x + 9}{x^3 + 2x^2 - x - 2} dx ; \int \frac{3x^2 + 2x + 2}{x^3 - 3x - 2} dx ;$$

$$\text{b) } \int \frac{5x^2 + 2x + 3}{x^3 + x^2 - 2} dx \quad \text{nebo} \quad \int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx .$$